

暑修微積分

練習題 3 (6-30-2009)

1. 令 $f(x) = \begin{cases} -2x + 1, & x < 1, \\ 2, & x = 1, \\ x^2 + 1, & x > 1. \end{cases}$ 試求 $f(x)$ 的連續點與非連續點. 若有非連續點, 試判斷其為可移除的或不可移除的.
2. 令 $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x - 3}$, $-2 \leq x \leq 4$. 試求 $f(x)$ 的連續點與非連續點. 若有非連續點, 試判斷其為可移除的或不可移除的.
3. 令 $f(x) = \begin{cases} -x + 1, & x \leq -1, \\ ax^2 + bx + 2, & -1 < x < 3, \\ -2x + 9, & x \geq 3. \end{cases}$ 試求 a 與 b 使得 f 在整個實數線上都是連續的.
4. 試以導函數的定義求 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-x}}$ 的導函數.
5. 令 $N(t) = 3 \left[\left[\frac{t+1}{2} \right] \right] - t$, $-1 \leq t \leq 3$. 試繪 $N(t)$ 的圖形, 並問 $N(t)$ 在哪些點是不連續的? 這些不連續點是可移除的還是不可移除的?
6. 設 $f(x) = \frac{2\pi + \sqrt{5x} - 2x + 7x^{5/2}}{(3x)^2}$. 試求 $f'(x)$.
7. 令 $g(t) = 3e^2 + (7t)^2 - \sqrt[3]{4t} - 5t^{3/2}$. 試求 $g'(t)$.
8. 令 $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2, & x \leq 0, \\ 1 - 2x, & x > 0. \end{cases}$ 試問 f 在哪些 x 是不可微的? 理由?