

數理統計一

小考 3 (11-3-2011)

- 請列出計算過程, 僅有答案, 錯誤過程, 均不予計分.
 - 作弊以零分計, 並按校規處理.
- 姓名 _____
學號 _____

1. 設 $\hat{\theta}_n$ 是 θ 的不偏估計量. 試證若 $\lim_{n \rightarrow \infty} \text{Var}(\hat{\theta}_n) = 0$, 則 $\hat{\theta}_n$ 是一致的. (10分)

2. 設 $Y_1, \dots, Y_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} f(y) = \begin{cases} \theta y^{\theta-1}, & 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$ 其中 $\theta > 0$. 試證 \bar{Y} 是 $\frac{\theta}{\theta+1}$ 的一致統計量. (10分)

3. 設 $Y_1, \dots, Y_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} f(y|\theta) = \begin{cases} e^{-(y-\theta)}, & y \geq \theta, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$ 試證 $Y_{(1)}$ 是 θ 的充分統計量. (10分)