

# 數理統計一

小考 1 (10-6-2011)

- 請列出計算過程, 僅有答案, 錯誤過程, 均不予計分.
  - 作弊以零分計, 並按校規處理.
- 姓名 \_\_\_\_\_  
學號 \_\_\_\_\_

1. 設  $Y_1, \dots, Y_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$ . 試求  $\text{Var}(S^2)$ . (10分)

2. 設  $X_1, \dots, X_n$  為期望值  $\mu_1$ , 變異數  $\sigma_1^2$  的隨機樣本且  $Y_1, \dots, Y_n$  為期望值  $\mu_2$ , 變異數  $\sigma_2^2$  的隨機樣本以及此二隨機樣本相互獨立. 試證隨機變數  $U = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)/n}}$  符合中央極限定理的條件並求  $U$  的極限. (10分)

3. 設  $Y_1, \dots, Y_4 \stackrel{\text{iid}}{\sim} N(0, 1)$  且  $U = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 Y_i$  以及  $V = \sum_{i=1}^3 (Y_i - U)^2$ . 試求  $\frac{3U^2 + Y_4^2}{V}$  的分布. (10分)