

單元 7: 一些點估計量的性質 (課本 §8.2)

一個類比: 左輪槍 \Leftrightarrow 估計量
靶心 (bull's eye) \Leftrightarrow 感興趣的參數
第一次射擊: 擊中靶心

問. 他是一個神射手嗎?

或問. 你敢拿著箭靶, 當他射第二發子彈時?

答. 若只根據第一發擊中靶心的記錄, 不太敢; 但若他連續 1,000,000 次都擊中靶心, 則有信心拿箭靶, 當他再射下一發子彈時. 重點乃在於多次的記錄.

估計量 (estimator): 樣本 \Rightarrow 估計值

判斷估計量好壞的程序: 重複取樣 (repeated sampling), 經由估計量計算出估計值, 再形成估計值的相對頻率分布, 最後以此作為判斷的依據.

慣用法. 統計推論的一些慣用法為

- (1) 感興趣的參數以 θ 表示 (又稱作目標參數, target parameter).
- (2) θ 的估計量以 $\hat{\theta}$ 表示.
- (3) 估計值的相對頻率分布與 $\hat{\theta}$ 的抽樣分布, 即 $f(\hat{\theta})$, 如圖示.

好壞程度的一些觀察: 如圖示. 由此得好的 (goodness, 優良性, 優秀性) 的程度的評定標準為

- (i) $|E(\hat{\theta}) - \theta|$ 愈小愈好.
- (ii) $\text{Var}(\hat{\theta})$ 愈小愈好.

定義. 針對估計量 $\hat{\theta}$, 有如下的相關定義.

1. 若 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 則稱 $\hat{\theta}$ 為一不偏估計量 (unbiased estimator), 否則稱為偏差的估計量 (biased estimator).

2. $\hat{\theta}$ 的偏差 (biase)

$$B(\hat{\theta}) \stackrel{\text{def}}{=} E(\hat{\theta}) - \theta$$

3. $\hat{\theta}$ 的均方差 (mean square error)

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) \stackrel{\text{def}}{=} E[(\hat{\theta} - \theta)^2]$$

註 1. $\text{MSE}(\hat{\theta})$ 乃判斷估計量 $\hat{\theta}$ 優良性的優先考量.
一個關係式為

$$\text{MSE}(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta}) + [B(\hat{\theta})]^2$$

註 2. 估計量 $\hat{\theta}$ 的優良性乃相當於 $\text{MSE}(\hat{\theta})$ 是否僅可能的小. 尤其是, 找有相對小變異數的不偏估計量 $\hat{\theta}$ (因為此時 $B(\hat{\theta}) = 0$).