

## 單元 29: 假設檢定理論的註解

(課本 §10.7)

一些相關的註解為

### 1. 虛無假設

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

但對立假設可為

$$H_a : \theta > \theta_0$$

或

$$H_a : \theta < \theta_0$$

或

$$H_a : \theta \neq \theta_0$$

問. 如何選擇適當的  $H_a$ ?

答. 根據實驗者欲檢測 (宣稱, claim) 的  $\theta$  值而定.

2.  $\alpha$  因  $\theta_0$  而定;  $\beta$  因特定的對立值  $\theta_a$  而定, 但有意義的  $\theta_a$  的選取常是困難的.

3. 固定  $\alpha$ , 可選出 (§10.10 與 §10.11 的內容) 有最小  $\beta$  可能值的檢定; 但即使如此,  $\beta$  依然可能相當地大.
4. 當檢定統計量  $\hat{\theta} \in \mathbb{R}$  時, 如何作結論? 若可得有意義且小的  $\beta$  值, 則接受  $H_0$ ; 否則不拒絕  $H_0$  (而不是接受  $H_0$ ) 或給出  $p$ -值由讀者自行解釋.
5. 在 “小的  $\alpha$ ” 下, 拒絕  $H_0$ , 並不表示  $H_0$  “錯的離譜”; 僅表示基於一個錯誤拒絕  $H_0$  (當  $H_0$  真時) 的機率是小的過程下, 拒絕  $H_0$ .
6. 統計意義 (statistical significance) 不等於實務意義 (practical significance). 例如, 前述心理學研究的檢定

$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$  對立於  $H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$   
得

(i)  $p$ -值 = 0.0124, 小; 若

$$\alpha \geq 0.0124$$

則拒絕  $H_0$ , 顯示反應時間有異, 具有統計意義.

(ii) 然而,

$$\bar{y}_1 = 3.6, \quad \bar{y}_2 = 3.8$$

得

$$\bar{y}_1 - \bar{y}_2 = -0.2 \text{ 秒}$$

靠近嗎? 可能有, 但也可能沒有實務上的意義(差異). 爲了衡量此差異是否有實務意義, 可採用  $\mu_1 - \mu_2$  的信賴區間判斷, 如取

$$\alpha = 0.05, \quad \hat{\theta} = \bar{y}_1 - \bar{y}_2$$

則  $\mu_1 - \mu_2$  的 95% 信賴區間爲

$$\begin{aligned} & \hat{\theta} \pm z_{0.025} \alpha_{\hat{\theta}} \\ &= (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \pm 1.96 \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \\ &\approx (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \pm 1.96 \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \\ &= (3.6 - 3.8) \pm 1.96 \sqrt{\frac{.18}{50} + \frac{.14}{50}} \\ &= -.2 \pm .1568 \\ &= (-0.3568, -0.0432) \end{aligned}$$

故實務上, 在高機率 0.95 下, 有差異, 因爲

$$\mu_1 - \mu_2 \in (-0.3568, -0.0432) < 0$$

7. 單尾檢定虛無假設的型式的選取為何以等式取代不等式的論述, 請自行閱讀課本第 519 頁的內容.