

單元 1: 簡介

(課本 §7.1)

設 Y_1, \dots, Y_n 為一由感興趣的母體所得大小為 n 的隨機樣本 (random sample), 意即

$$Y_1, \dots, Y_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{某一共同分布}$$

定義 1. 一統計量 (statistic) 乃是一個由樣本

$$Y_1, \dots, Y_n$$

與某已知常數所形成的函數, 亦為一隨機變數, 可作母體參數 (population parameters) 的推論之用 (如估計或決策).

定義 2. 一統計量的機率分布稱作此統計量的抽樣分布, 從實務觀點, 它可作為經由重複取樣所得的統計量可能觀察值的相對頻率直方圖 (relative frequency histogram) 的理論模型.

例如, 樣本期望值

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$$

乃一 Y_1, \dots, Y_n 以及 n 的函數，故為一統計量，可用於母體期望值 μ 的估計； \bar{Y} 的機率分布，稱作 \bar{Y} 的抽樣分布。

樣本變異數

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

可作為母體變異數 σ^2 的估計。

此外，

$$Y_{(n)} = \max(Y_1, \dots, Y_n)$$

與

$$Y_{(1)} = \min(Y_1, \dots, Y_n)$$

以及全距

$$R = Y_{(n)} - Y_{(1)}$$

等都是統計量。

例 1. 投一公正骰子三次，所得的結果分別記為 Y_1, Y_2, Y_3 並令

$$\bar{Y} = (Y_1 + Y_2 + Y_3)/3$$

試求統計量 \bar{Y} 的期望值, 變異數以及標準差.

又問 \bar{Y} 的抽樣分布為何? 有何功用?

最後, 模擬此實驗並比較上述理論結果與模擬值結果及模擬值分布.