

### 3-6 分段函數與高斯函數

#### 主題一 分段函數

回憶之前學過的絕對值性質： $|x| = \begin{cases} x, & \text{若 } x \geq 0 \\ -x, & \text{若 } x < 0 \end{cases}$ ，如果我們假設  $f(x) = |x|$  為一個絕對值

函數，則此函數也可以分成兩段來表示：

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & \text{若 } x \geq 0 \\ -x, & \text{若 } x < 0 \end{cases}。$$

於是，可以用  $x$  的範圍來分開表示的函數，我們稱之為分段函數（Piecewise-defined functions）。

【例】請畫出分段函數  $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{若 } x \geq 0 \\ -1, & \text{若 } x < 0 \end{cases}$  的圖形。

【例】請畫出分段函數  $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{若 } x < 0 \\ 0, & \text{若 } x = 0 \\ x+1, & \text{若 } x > 0 \end{cases}$  的圖形。

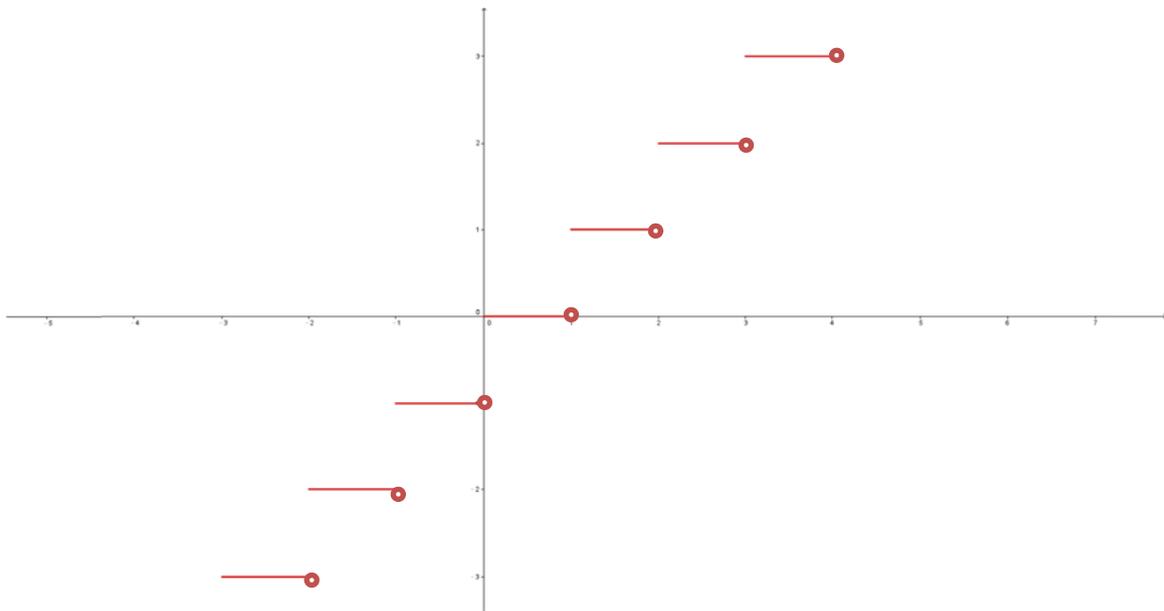
【例】請畫出分段函數  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{若 } x \geq 0 \\ -x^2, & \text{若 } x < 0 \end{cases}$  的圖形。

主題二 高斯函數 (Greatest Integer Function)
--------------------------------------

1. 高斯符號  $\lfloor \quad \rfloor$  的定義：若  $\lfloor x \rfloor = n$ ，其中  $n$  為滿足  $n \leq x < n+1$  的整數。也就是說， $\lfloor x \rfloor$  是小於或等於  $x$  的最大整數。

【例】 $\lfloor 1.5 \rfloor = 1$ ； $\lfloor \frac{5}{3} \rfloor = 1$ ； $\lfloor 2 \rfloor = 2$ ； $\lfloor -1.5 \rfloor = -2$ ； $\lfloor -3 \rfloor = -3$ 。

2. 設  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}$ ， $f(x) = \lfloor x \rfloor$ ， $f(x)$  稱為高斯函數，我們可以畫出高斯函數的圖形：



3. 從圖形觀察，我們可知高斯函數在  $\mathbb{R}$  上不連續。