

1-1 簡單的邏輯概念

主題一 命題

一、敘述：

1.何謂敘述？凡能辨別真假的語句，就稱為敘述。

【例】「三角形的內角和是 180 度」為一敘述。

【例】「2 是偶數」這句話，因為我們能判別 2 確實是偶數，所以「2 是偶數」為一敘述。

2.否定敘述：將一敘述加以否定，便為否定敘述。

【符號表示】設 P 表示一敘述，則其否定敘述以 $\sim P$ 表示之，並稱之為「非 P 」。

二、命題

1.命題：形如「若 \dots ，則 \dots 」形式的敘述，我們皆稱之為命題。

(1) 設 p 、 q 為兩個敘述，則「若 p 則 q 」就是一個命題，其中 p 稱為命題的前提（或稱為假設）， q 稱為命題的結論。

【例】若 n 為 10 的倍數，則 n 為 5 的倍數。

【例】若 $\triangle ABC$ 之 $\angle A=100^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 是鈍角三角形。

(2) 命題可能是對的，也有可能是錯的。

*這是「對」的命題：若 $x < 1$ ，則 $x^2 < 1$ 。

*這是「錯」的命題：若 $x^2 < 1$ ，則 $x < 1$ 。

(3) 「若 p 則 q 」是一個命題，「若 q 則 p 」也是一個命題。這兩個命題的前提與結論互換了！如此的兩個命題，互稱為對方的逆命題。

(4) 一個命題無論是對或錯，它的逆命題都有可能是對的，也有可能是錯的。

2. 充分條件與必要條件：

當命題「若 p 則 q 」正確時，我們稱 p 是 q 的充分條件，同時稱 q 是 p 的必要條件。

【例】「 n 為 10 的倍數」為「 n 為 5 的倍數」的充分條件；「 n 為 5 的倍數」為「 n 為 10 的倍數」的必要條件。

3. 我們將「若 p 則 q 」簡寫成「 $p \Rightarrow q$ 」。

【例】「 n 是 6 的倍數 $\Rightarrow n$ 是 3 的倍數」

就表示「若 n 是 6 的倍數，則 n 是 3 的倍數」為真。

4. 充要條件：當一個命題「若 p 則 q 」與它的逆命題「若 q 則 p 」都對時，我們稱 p 、 q 互為充要條件。

【例】因為「若 a 、 b 中至少有一者是偶數，則 a 、 b 之積為偶數」成立，且「若 a 、 b 之積為偶數，則 a 、 b 中至少有一者是偶數」成立，所以「若 a 、 b 中至少有一者是偶數」與「 a 、 b 之積為偶數」互為充要條件。

5. 當 p 、 q 互為充要條件時，我們將之簡寫為「 $p \Leftrightarrow q$ 」，亦即「若 p 則 q 」成立，且「若 q 則 p 」亦成立。

【例】「 $\triangle ABC$ 是直角三角形 $\Leftrightarrow \triangle ABC$ 的斜邊平方等於兩股平方和」

就表示「 $\triangle ABC$ 是直角三角形」及「 $\triangle ABC$ 的斜邊平方等於兩股平方和」互為充要條件！

自我挑戰 下列敘述何者正確？

- (1) $x=1$ 是 $|x|=1$ 的充要條件；
- (2) $x=1$ 是 $x>0$ 的充分條件；
- (3) 「 $\triangle ABC$ 是正三角形」為「 $\triangle ABC$ 是等腰三角形」的必要條件；
- (4) 「 $\triangle ABC$ 是銳角三角形」為「 $\triangle ABC$ 是正三角形」的必要條件。

答案 (2)(4)